

# 基于频域迭代判决反馈均衡的低复杂度 FTN 接收机

曾娟<sup>1,2</sup>, 王颖<sup>1</sup>, 李晓娜<sup>1</sup>, 王中方<sup>1</sup>, 汪永明<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院信息工程研究所, 北京 100093; 2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘要:** 超 Nyquist (FTN, faster-than-Nyquist) 信号传输能在不降低系统可靠性的情况下, 提高系统的有效性, 但其引入了严重的码间串扰, 导致最佳接收的复杂度非常高。迭代块判决反馈均衡器 (IBDFE, iterative block decision feedback equalizer) 能以较低的复杂度达到与最佳接收相近的性能, 有效降低了 FTN 接收机的复杂度, 但其复杂度仍能进一步降低。因此, 在 IBDFE 的基础上, 简化了前馈和反馈滤波器的设计, 为 FTN 通信系统提出了一种降低复杂度的 IBDFE (RC-IBDFE, reduced-complexity IBDFE)。当加速因子为  $\tau=\{0.8, 0.7\}$  时, 数值结果和分析表明, 与 IBDFE 相比, RC-IBDFE 的顽健性更好, 复杂度降低了  $\{45.7\%, 25\%\}$ , 当误比特率为  $10^{-5}$  时的性能增益为  $\{0.605\ 4, 0.193\ 6\}$  dB; 与已有的低复杂度 IBDFE (LC-IBDFE, low-complexity IBDFE) 相比, RC-IBDFE 的顽健性更好, 复杂度降低了  $\{13.6\%, -25.8\%\}$ , 当误比特率为  $10^{-5}$  时的性能增益为  $\{0.289\ 7, 0.531\ 2\}$  dB。

**关键词:** FTN 信号传输; 码间串扰; 迭代块判决反馈均衡器; 复杂度

中图分类号: TN911.23

文献标识码: A

## Low-complexity FTN receivers based on frequency domain iterative decision feedback equalization

ZENG Juan<sup>1,2</sup>, WANG Ying<sup>1</sup>, LI Xiao-na<sup>1</sup>, WANG Zhong-fang<sup>1</sup>, WANG Yong-ming<sup>1,2</sup>

(1. Institute of Information Engineering, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100093, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Faster-than-Nyquist (FTN) signaling can improve the system effectiveness without reducing the system reliability, but the fierce inter-symbol interference (ISI) introduced by it may cause that the complexity of the optimal receiver is intolerable. An effective low-complexity FTN receiver is iterative block decision feedback equalizer (IBDFE), which can achieve performance close to the optimal receiver with much lower complexity, but its complexity can be further reduced. Therefore, a reduced-complexity IBDFE (RC-IBDFE) was proposed for FTN communication systems, which was based on IBDFE, but introduced a simplified method to design the feedforward and feedback filters. When packing factor is  $\tau=\{0.8, 0.7\}$ , numerical results and analysis indicate that, compared with IBDFE, RC-IBDFE has stronger robustness, its complexity is reduced by  $\{45.7\%, 25\%\}$ , and its performance gain is  $\{0.605\ 4, 0.193\ 6\}$  dB when the bit error rate (BER) is  $10^{-5}$ . Compared with the existing low-complexity IBDFE (LC-IBDFE), RC-IBDFE has stronger robustness, its complexity is reduced by  $\{13.6\%, -25.8\%\}$ , and its performance gain is  $\{0.289\ 7, 0.531\ 2\}$  dB when the BER is  $10^{-5}$ .

**Key words:** FTN signaling, inter-symbol interference, iterative block decision feedback equalizer, complexity

## 1 引言

随着通信技术的飞速发展, 人们对数据传输速率的要求越来越高。通过增加码元状态数来提高通

信系统有效性的传统方法, 会降低系统的可靠性。如何突破 Nyquist 第一准则的限制, 获得更高的码元速率, 同时保持通信系统的可靠性不变, 已经得到了广泛的关注。

收稿日期: 2016-06-13; 修回日期: 2016-12-21

通信作者: 王颖, wangying@iie.ac.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61501459)

**Foundation Item:** The National Natural Science Foundation of China (No.61501459)

超 Nyquist (FTN, faster-than-Nyquist) 信号传输<sup>[1,2]</sup>使码元速率超过 Nyquist 速率,但保持发送信号能量、带宽和接收误比特率不变,即在降低系统可靠性的情况下,提高了系统的有效性<sup>[3]</sup>。不仅如此,FTN 信号传输还能直接与正交频分复用 (OFDM, orthogonal frequency division multiplexing)<sup>[4]</sup>、相移键控 (PSK, phase shift keying)、正交幅度调制 (QAM, quadrature amplitude modulation) 等技术结合使用。

在 FTN 通信系统中,由于码元速率超过了 Nyquist 速率,发送的成型脉冲不再正交,码间串扰 (ISI, inter-symbol interference) 无法避免。而且,码元速率越高,FTN 信号传输引入的 ISI 越严重。最大似然序列检测器 (MLSD, maximum likelihood sequence detector) 是 FTN 通信系统中的最佳接收机,能保证系统的可靠性不降低。但是,当码串扰很严重时,MLSD 的复杂度非常高,使 MLSD 不具备实用价值<sup>[5]</sup>。

如果 FTN 通信系统所需的误比特率 ( $P_{e1}$ ) 大于 MLSD 的误比特率 ( $P_{e2}$ ),即  $P_{e1} > P_{e2}$ ,就能用“过剩性能”来换取“复杂度的降低”,即用低复杂度 FTN 接收机代替最佳接收机,但此时系统的误比特率 ( $P_e$ ) 仍不大于  $P_{e1}$ ,即  $P_{e1} \geq P_e > P_{e2}$ 。如何在保证系统可靠性满足要求的前提下,尽可能降低接收机的复杂度,是 FTN 通信系统需要解决的问题。

由于复杂度与 ISI 长度无关<sup>[6]</sup>,频域均衡器是有效的低复杂度 FTN 接收机。2013 年,Shinya 首次将频域均衡器引入到 FTN 通信系统,用最小均方误差 (MMSE, minimum mean squared error) 准则构造频域线性均衡器,实现了 FTN 接收信号的检测<sup>[7]</sup>。与 MLSD 相比,频域线性均衡器虽然降低了 FTN 接收机的复杂度,但是带来的性能损失比较严重。频域判决反馈均衡器在频域线性均衡器的基础上,加入反馈均衡,以增加复杂度为代价,使性能明显

提高<sup>[8]</sup>。2014 年,Stefano 等将迭代块判决反馈均衡器 (IBDFE, iterative block decision feedback equalizer)<sup>[9]</sup>引入到 FTN 通信系统,提高了接收机的性能,但是当迭代次数较多时,接收机的复杂度仍较高<sup>[10]</sup>。

在研究低复杂度 FTN 接收机时,很多文献都采用结构简单的 Ungerboeck 观测模型,待检测序列中的噪声为有色噪声,而处理有色噪声的复杂度比处理白噪声的复杂度高很多<sup>[11,12]</sup>。将有色噪声当作白噪声处理,虽然可以降低接收机的复杂度,但是系统的可靠性无疑也会降低。

本文在 IBDFE 的基础上,简化了前馈和反馈滤波器的设计,为 FTN 通信系统提出了一种降低复杂度的 IBDFE (RC-IBDFE, reduced-complexity IBDFE)。同时,本文采用 Forney 观测模型,即对 Ungerboeck 观测模型的输出进行噪声白化滤波,使待检测序列中的有色噪声变为白噪声<sup>[13]</sup>。最后,在 FTN 通信系统中,对 IBDFE、文献[14]提出的低复杂度 IBDFE (LC-IBDFE, low-complexity IBDFE) 和 RC-IBDFE 的顽健性、复杂度和误比特率 (BER, bit error rate) 率分别进行比较。

本文用到的符号说明如下:带下标  $n(n=0, 1, 2, \dots)$  的斜体小写字母,如  $r_n$  代表时域码元序列  $\{r_n\}$  的第  $n$  个元素;带下标  $p(p=0, 1, 2, \dots)$  的斜体大写字母,如  $R_p$  代表频域码元序列  $\{R_p\}$  的第  $p$  个元素;  $E\{\cdot\}$ 、 $(\cdot)^*$ 、 $\star$ 、 $\otimes$  分别代表数学期望、复数共轭、线性卷积、圆周卷积。

## 2 系统模型

本文使用的系统模型如图 1 所示。在发送端,经过 PSK/QAM 调制后,将得到的码元序列  $\{d_n\}$  分割成长度为  $L_d$  的块。为获得循环卷积,在  $\{d_n\}$  每一块的末尾添加伪随机噪声 (PN, pseudo noise) 序列,并在第一块开头添加一个额外的 PN 序列,得到序

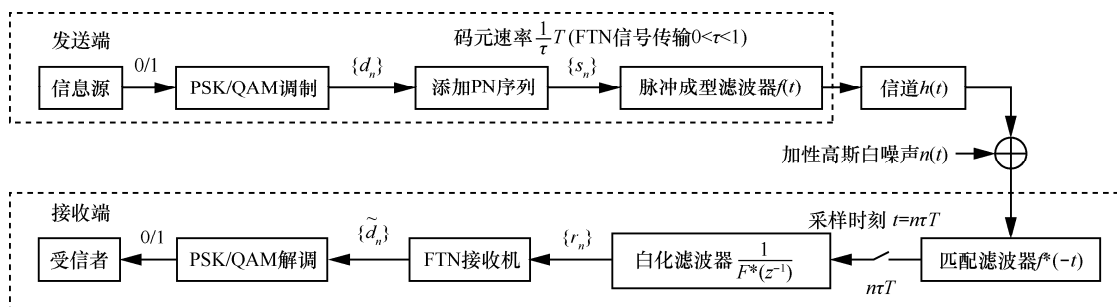


图 1 系统模型

列  $\{s_n\}$ 。最后,  $\{s_n\}$  以时间间隔  $\tau T$  通过脉冲成型滤波器  $f(t)$ ,  $f(t)$  是任意的单位能量  $T$  正交脉冲,  $T$  是使  $f(t)$  正交的最小码元周期,  $\tau$  是 FTN 信号传输的加速因子。当  $\tau=1$  时, 得到 Nyquist 通信系统; 当  $0 < \tau < 1$ , 得到 FTN 通信系统。

$\{s_n\}$  的数据格式如图 2 所示。在图 2 中,  $\{d_n\}^{(k)}$  ( $k=0,1,2,\dots$ ) 表示  $\{d_n\}$  的第  $k$  块,  $L_{PN}$  是 PN 序列的长度,  $L_b$  是  $\{s_n\}$  数据块的长度, 故  $L_b = L_d + L_{PN}$ 。通常  $L_b \gg L_{PN}$ , 因而添加 PN 序列造成的速率损失和能量损失很小。值得注意的是, PN 序列还可以用来进行同步和信道估计。

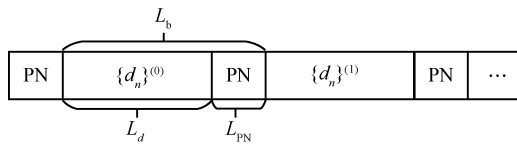


图 2  $\{s_n\}$  的数据格式

当发送信号通过信道  $h(t)$  时, 受到均值为 0、单边功率谱密度为  $N_0$  的加性高斯白噪声 (AWGN, additive white Gaussian noise)  $n(t)$  的污染。在接收端, 对匹配滤波器  $f^*(-t)$  的输出以  $\tau T$  时间间隔采样, 再经过白化滤波器, 得到的序列为

$$\{r_n\} = \{s_n\} * \{q_n\} + \{w_n\} \quad (1)$$

其中,  $\{q_n\}$  为脉冲成型滤波器、信道、匹配滤波器、采样器和白化滤波器级联的等效抽头系数,  $\{w_n\}$  是自相关为  $E\{w_n w_m^*\} = N_0 \delta(n-m)\tau T$  的白噪声 (其中,  $\delta(t)$  为狄拉克函数)。

如果将  $f(t)$  截断, 使  $|t| \geq T_f$  时  $f(t) = 0$ , 当信道的最大时延扩展为  $T_c$  时,  $\{q_n\}$  的长度为  $L_q = \left\lfloor \frac{2T_f + T_c}{\tau T} \right\rfloor + 1$ , 其中,  $\lfloor x \rfloor$  表示不大于  $x$  的最大整数。当  $L_{PN} \geq \left\lfloor \frac{2T_f + T_c}{\tau T} \right\rfloor$  时, 式(1)中的线性卷积和圆周卷积相同, 即

$$\{r_n\}^{(k)} = \{s_n\}^{(k)} \otimes \{q_n\} + \{w_n\}^{(k)} \quad (2)$$

其中,  $\{\cdot\}^{(k)}$  表示序列的第  $k$  块。

根据式(2)可知,  $\{s_n\}$  中的每一块数据均可单独检测, 故将  $\{r_n\}$ 、 $\{s_n\}$ 、 $\{w_n\}$  简化为某一块数据, 并用  $\{R_p\}$ 、 $\{S_p\}$ 、 $\{W_p\}$  ( $p=0,1,\dots,L_b-1$ ) 分别表示它们的  $L_b$  点离散傅立叶变换 (DFT, discrete Fourier

transform)。用  $\{Q_p\}$  表示  $\{q_n\}$  的  $L_b$  点 DFT, 根据式 (2), 在频域有

$$R_p = S_p Q_p + W_p \quad (3)$$

### 3 基于 IBDFE 的低复杂度 FTN 接收机

#### 3.1 IBDFE

2005 年, Nevio 等在文献[9]中提出了 IBDFE, 其结构如图 3 所示。在图 3 中,  $\{FF_p^{(l)}\}$  和  $\{FB_p^{(l)}\}$  分别表示第  $l$  ( $l=1,2,\dots,N_l$ ) 次迭代的前馈和反馈滤波器系数; 将第  $l-1$  次迭代的时域输出  $\{\tilde{d}_n^{(l-1)}\}$  进行判决、添加 PN 序列、变换到频域得到  $\{\hat{S}_p^{(l-1)}\}$ , 并设  $\hat{S}_p^{(0)} = 0$ 。

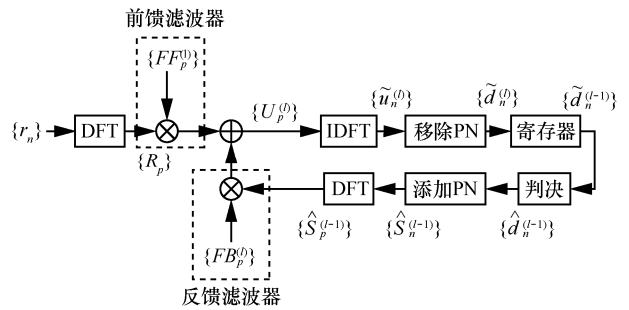


图 3 IBDFE 的结构

根据图 3, 第  $l$  次迭代的频域输出为

$$U_p^{(l)} = FF_p^{(l)} R_p + FB_p^{(l)} \hat{S}_p^{(l-1)} \quad (4)$$

文献[9]利用 MMSE 准则推导得到的  $\{FF_p^{(l)}\}$  和  $\{FB_p^{(l)}\}$  为

$$FF_p^{(l)} = \frac{Q_p^*}{M_{W_p} + M_{S_p} \left( 1 - \frac{|r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}}|^2}{M_{\hat{S}_p^{(l-1)}} M_{S_p}} \right) |Q_p|^2} \quad (5)$$

$$FB_p^{(l)} = -\frac{r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}}}{M_{\hat{S}_p^{(l-1)}}} \left( Q_p FF_p^{(l)} - \frac{1}{L_b} \sum_{p=0}^{L_b-1} Q_p FF_p^{(l)} \right) \quad (6)$$

其中,  $M_{W_p} = E\{|W_p|^2\}$ ,  $M_{S_p} = E\{|S_p|^2\}$ ,  $M_{\hat{S}_p^{(l)}} = E\{|\hat{S}_p^{(l)}|^2\}$ 。

$$r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}} = E\{S_p \hat{S}_p^{(l-1)*}\} \approx \frac{1-\eta}{L_b} \sum_{p=0}^{L_b-1} \left( \frac{R_p}{Q_p} \hat{S}_p^{(l-1)*} \right) \quad (7)$$

其中,  $\eta$  ( $0 < \eta < 1$ ) 为修正因子, 根据实际场景修正  $r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}}$  的估计值。

根据式(3)和式(7), IBDFE 在计算  $r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}}$  时, 用  $\frac{R_p}{Q_p}$  近似代替  $S_p$ , 忽略了噪声  $W_p$ , 使估算的  $r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}}$  与实际的  $r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}}$  存在误差。如果  $r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}}$  欠估计, 反馈滤波器消除的 ISI 不够, 将导致 IBDFE 收敛变慢; 如果  $r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}}$  过估计, 反馈滤波器引入额外的 ISI, 将恶化 IBDFE 的性能。因此, 需要引入修正因子  $\eta$ , 根据实际场景修正  $r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}}$  的估计值。 $\eta$  的最优值与实际场景相关, 无法通过理论计算确定。

### 3.2 文献[14]提出的 LC-IBDFE

根据式(5)和式(6), 在每一次迭代中, IBDFE 都需要先计算  $M_{\hat{S}_p^{(l-1)}}$ , 再估算  $r_{S_p, \hat{S}_p^{(l-1)}}$ , 然后更新前馈和反馈滤波器系数, 其复杂度随迭代次数的增加迅速提高。为降低 IBDFE 的复杂度, Zhang 等<sup>[14]</sup>提出了 LC-IBDFE。

LC-IBDFE 首先设定  $\hat{S}_p^{(l-1)} = S_p + \Xi_p^{(l-1)}$ , 其中  $\Xi_p^{(l-1)}$  为  $\hat{S}_p^{(l-1)}$  相对于  $S_p$  的误差; 然后, 在该设定的基础上, 采用 MMSE 准则计算前馈和反馈滤波器系数; 最后, 假定每次迭代后的误比特率相同且很小, 从而简化了前馈和反馈滤波器的设计。LC-IBDFE 的前馈和反馈滤波器系数为

$$FF_p = FF_p^{(l)} = \frac{(1-\gamma)Q_p^*}{M_{W_p} + \frac{L_b \beta^2 P_{s,pre}}{M_{S_p}} |Q_p|^2} \quad (8)$$

$$FB_p = FB_p^{(l)} = \gamma - \frac{(1-\gamma)|Q_p|^2}{M_{W_p} + \frac{L_b \beta^2 P_{s,pre}}{M_{S_p}} |Q_p|^2} \quad (9)$$

其中,  $\beta$  为相邻码元间的欧式距离,  $P_{s,pre}$  为设定的误比特率,  $\gamma$  为

$$\gamma = \frac{\frac{1}{L_b} \sum_{p=0}^{L_b-1} \frac{|Q_p|^2}{M_{W_p} + \frac{L_b \beta^2 P_{s,pre}}{M_{S_p}} |Q_p|^2}}{1 + \frac{1}{L_b} \sum_{p=0}^{L_b-1} \frac{|Q_p|^2}{M_{W_p} + \frac{L_b \beta^2 P_{s,pre}}{M_{S_p}} |Q_p|^2}} \quad (10)$$

随着迭代的进行, ISI 逐渐被消除, 误比特率将逐渐减小。迭代收敛后, 误比特率才会趋于稳定。

但为简化前馈和反馈滤波器的设计, LC-IBDFE 假定每次迭代的误比特率相同且很小, 并设为  $P_{s,pre} \circ P_{s,pre}$  的最优值与实际场景相关, 无法通过理论计算确定。

### 3.3 本文提出的 RC-IBDFE

根据式(8)~式(10), 在每一次迭代中, LC-IBDFE 都无需更新前馈和反馈滤波器系数, 降低了 IBDFE 的复杂度, 但其性能受  $P_{s,pre}$  影响较大, 而且将每次迭代的误比特率均假定为  $P_{s,pre}$  是不符合实际情况的。鉴于此, 本文为 FTN 通信系统提出了 RC-IBDFE。

RC-IBDFE 首先假定  $\hat{S}_p^{(l-1)}$  与  $S_p$  之间存在线性关系, 该假定将简化前馈和反馈滤波器的设计; 然后, 在该假定的基础上, 采用 MMSE 准则计算前馈和反馈滤波器系数。在推导  $\hat{S}_p^{(l-1)}$  与  $S_p$  之间的线性关系时, RC-IBDFE 用负指数函数近似表示误比特率, 即假设误比特率以指数形式下降, 与 LC-IBDFE 相比, 更符合实际情况。

第一次迭代时, 由于  $\hat{S}_p^{(0)} = 0$ , 反馈滤波器没有工作, RC-IBDFE 等效为频域线性 MMSE 均衡器, 此时前馈滤波器的抽头系数为

$$FF_p^{(1)} = \frac{Q_p^*}{M_{W_p} + M_{S_p} |Q_p|^2} \quad (11)$$

第一次迭代后, 将  $\hat{S}_p^{(l-1)}$  假定为

$$\hat{S}_p^{(l-1)} = f(l-1) S_p \quad (12)$$

其中,  $f(l-1)$  为迭代次数  $l$  的函数。

第  $l$  ( $l = 2, 3, 4, \dots, N_1$ ) 次迭代后, 时域均方误差 (MSE, mean square error) 为

$$\begin{aligned} MSE^{(l)} &= \frac{1}{L_b} \sum_{n=0}^{L_b-1} E \left\{ \left| u_n^{(l)} - s_n \right|^2 \right\} \\ &= \frac{1}{L_b^2} \sum_{p=0}^{L_b-1} E \left\{ \left| U_p^{(l)} - S_p \right|^2 \right\} \end{aligned} \quad (13)$$

为避免反馈滤波器造成信息损失, 做如下约束

$$\sum_{p=0}^{L_b-1} FB_p^{(l)} = 0 \quad (14)$$

基于 MMSE 准则, 在式(14)的约束下最小化  $MSE^{(l)}$ , 等价于

$$f \left( FF_p^{(l)}, FB_p^{(l)}, \lambda^{(l)} \right) = MSE^{(l)} + \lambda^{(l)} \sum_{p=0}^{L_b-1} FB_p^{(l)} \quad (15)$$

其中,  $\lambda^{(l)}$  是拉格朗日乘子。

将式(3)、式(4)、式(12)和式(13)代入式(15)可得

$$\begin{aligned}
 & f\left(FF_p^{(l)}, FB_p^{(l)}, \lambda^{(l)}\right) \\
 &= \frac{1}{L_b^2} \sum_{p=0}^{L_b-1} \left( \left| FF_p^{(l)} Q_p + FB_p^{(l)} f(l-1) - 1 \right|^2 M_{S_p} + \right. \\
 & \left. \left| FF_p^{(l)} \right|^2 M_{W_p} + \lambda^{(l)} \sum_{p=0}^{L_b-1} FB_p^{(l)} \right) \quad (16)
 \end{aligned}$$

令  $f\left(FF_p^{(l)}, FB_p^{(l)}, \lambda^{(l)}\right)$  关于  $\lambda^{(l)}$ 、 $FF_p^{(l)}$  和  $FB_p^{(l)}$  的梯度分别为 0, 得到

$$\frac{\partial f\left(FF_p^{(l)}, FB_p^{(l)}, \lambda^{(l)}\right)}{\partial \lambda^{(l)}} = \sum_{p=0}^{L_b-1} FB_p^{(l)} = 0 \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial f\left(FF_p^{(l)}, FB_p^{(l)}, \lambda^{(l)}\right)}{\partial FF_p^{(l)}} \\
 &= \frac{1}{L_b} \left\{ \left[ FF_p^{(l)*} Q_p^* + FB_p^{(l)*} f(l-1)^* - 1 \right] \cdot \right. \\
 & \left. Q_p M_{S_p} + FF_p^{(l)*} M_{W_p} \right\} = 0 \quad (18)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\partial f\left(FF_p^{(l)}, FB_p^{(l)}, \lambda^{(l)}\right)}{\partial FB_p^{(l)}} \\
 &= \frac{1}{L_b} \left\{ \left[ FF_p^{(l)*} Q_p^* + FB_p^{(l)*} f(l-1)^* - 1 \right] \cdot \right. \\
 & \left. f(l-1) M_{S_p} \right\} + \lambda^{(l)} = 0 \quad (19)
 \end{aligned}$$

根据式(17)~式(19),  $\{FF_p^{(l)}\}$  和  $\{FB_p^{(l)}\}$  为

$$FF_p^{(l)} = \frac{Q_p^*}{\frac{M_{W_p}}{M_{S_p}} + \frac{1}{L_b} \sum_{p=0}^{L_b-1} |Q_p|^2} \quad (20)$$

$$FB_p^{(l)} = \frac{1}{f(l-1)} \left( 1 - \frac{M_{W_p} + M_{S_p} |Q_p|^2}{M_{W_p} + \frac{M_{S_p}}{L_b} \sum_{p=0}^{L_b-1} |Q_p|^2} \right) \quad (21)$$

接下来推导  $f(l-1)$ 。如果发送数据独立同分布且调制码元集中的元素等概率, 则  $M_{S_p} = M_{\hat{S}_p^{(l-1)}}$ , 即

$$M_{\hat{S}_p^{(l-1)}} = |f(l-1)|^2 M_{S_p} = M_{S_p} \quad (22)$$

根据式(22), 将  $f(l-1)$  表示为

$$f(l-1) = e^{jg(l-1)} \quad (23)$$

根据式(23), 第  $l-1$  次迭代后, 频域残余误差为

$$\Xi_p^{(l-1)} = S_p - \hat{S}_p^{(l-1)} = \left( 1 - e^{jg(l-1)} \right) S_p \quad (24)$$

根据文献[14], 若码元只可能错判为相邻码元, 则有

$$\begin{aligned}
 & E\left\{ \Xi_p^{(l-1)} \Xi_p^{(l-1)*} \right\} \\
 &= E\left\{ \sum_{n_1=0}^{L_b-1} \varepsilon_{n_1}^{(l-1)} e^{-j\frac{2\pi}{L_b} n_1 p} \sum_{n_2=0}^{L_b-1} \varepsilon_{n_2}^{(l-1)*} e^{j\frac{2\pi}{L_b} n_2 p} \right\} \\
 &= L_b E\left\{ \varepsilon_n^{(l-1)} \varepsilon_n^{(l-1)*} \right\} = L_b \beta^2 P_e^{(l-1)} \quad (25)
 \end{aligned}$$

其中,  $\varepsilon_n^{(l-1)}$  是第  $l-1$  次迭代后得到的时域残余误差,  $P_e^{(l-1)}$  是第  $l-1$  次迭代后得到的误比特率。

通过分析可得,  $P_e^{(l-1)} (l=2,3,4,\dots)$  的初始值小于 1, 即  $P_e^{(l)} < 1$ ; 随着迭代的不断进行,  $P_e^{(l-1)}$  逐渐减小; 当加速因子  $\tau$  减小时, FTN 引入的 ISI 加剧,  $P_e^{(l-1)}$  下降速度变快。根据上述分析, 做如下假设

$$P_e^{(l-1)} \approx l^{-\alpha} \quad (26)$$

其中,  $\alpha$  为修正因子, 根据实际场景修正  $P_e^{(l-1)}$  的估计值; 加速因子  $\tau$  的影响也被考虑在内。

修正因子  $\alpha$  越小, 随着迭代的进行, 误比特率下降得越快, 最优的  $\alpha$  使误比特率的下降速度与实际正好相符。误比特率下降的速度与通信系统中存在的 ISI 和每次迭代消除的 ISI 相关, 但它们均无法通过理论计算得到。因而,  $\alpha$  的最优值与实际场景相关, 无法通过理论计算确定。

由式(24)、式(25)和式(26)可得

$$g(l-1) = \arccos \left( 1 - \frac{L_b \beta^2}{2 M_{S_p}} l^{-\alpha} \right) \quad (27)$$

根据式(23)和式(27), 将  $f(l-1)$  表示为

$$f(l-1) = e^{j \arccos \left( 1 - \frac{L_b \beta^2}{2 M_{S_p}} l^{-\alpha} \right)} \quad (28)$$

综上所述, RC-IBDFE 的第一次迭代的频域输出为

$$U_p^{(1)} = FF_p^{(1)} R_p \quad (29)$$

其中,  $FF_p^{(1)}$  根据式(11)计算得到,  $U_p^{(1)}$  与频域线性 MMSE 均衡器的频域输出相同。

RC-IBDFE 随后迭代的频域输出为

$$U_p^{(l)} = FF_p^{(2)} R_p + FB_p^{(l)} \hat{S}_p^{(l-1)} \quad (30)$$

其中,  $l=2,3,\dots,N_1$ ,  $FF_p^{(2)}$  根据式(20)计算得到,

$FB_p^{(l)}$  根据式(21)和式(28)更新。

### 4 数值仿真

本节将对 IBDFE、LC-IBDFE 和 RC-IBDFE 的顽健性、复杂度和 BER 分别进行比较分析。FTN 信号传输的加速因子设置为  $\tau=\{0.8,0.7\}$ ，与 Nyquist 信号传输相比，码元速率提升了  $\{25.0\%,42.9\%$ 。在蒙特卡罗仿真中，采用的主要仿真参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数

参数	参数取值
调制方式	8PSK
信道 $h(t)$	AWGN 信道
$\{s_n\}$ 数据块总数	10 000
$\{s_n\}$ 数据块长度 $L_b$	$L_b=1 024$
$\{q_n\}$ 长度 $L_q$	$\tau=0.8$ 时, $L_q=13$ ; $\tau=0.7$ 时, $L_q=15$
ISI 长度 $L_{ISI}$	$\tau=0.8$ 时, $L_{ISI}=12$ ; $\tau=0.7$ 时, $L_{ISI}=14$
PN 序列长度 $L_{PN}$	$\tau=0.8$ 时, $L_{PN}=12$ ; $\tau=0.7$ 时, $L_{PN}=14$
$\{d_n\}$ 数据块长度 $L_d$	$\tau=0.8$ 时, $L_d=1 012$ ; $\tau=0.7$ 时, $L_d=1 010$
脉冲成型滤波器 $f(t)$	根升余弦 (滚降因子 0.5、截断长度 5T)

#### 4.1 顽健性分析

由第 3 节可知, IBDFE、LC-IBDFE 和 RC-IBDFE 的前馈和反馈滤波器系数从第 2 次迭代开始分别受修正因子  $\eta$ 、误比特率  $P_{s,pre}$ 、修正因子  $\alpha$  的影响, 故第 2 次迭代的性能可以直接表征  $\eta$ 、 $P_{s,pre}$ 、 $\alpha$  的影响。值得注意的是, 若第 2 次迭代要达到指定的 BER, 最优的  $\eta$ 、 $P_{s,pre}$ 、 $\alpha$  使所需的  $\frac{E_b}{N_0}$  最小。为分析顽健性, 图 4、图 5 分别给出了加速因子为  $\tau=0.8$ 、 $\tau=0.7$  时, IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的第 2 次迭代达到  $BER=10^{-5}$  所需的  $\frac{E_b}{N_0}$ 。

如图 4 和图 5 所示, 当加速因子为  $\tau=\{0.8,0.7\}$  时,  $\eta=\{0.05,0.05\}$ 、 $P_{s,pre}=\{0.05,0.25\}$ 、 $\alpha=\{14,14\}$  分别使 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的第 2 次迭代达到  $BER=10^{-5}$  所需的  $\frac{E_b}{N_0}$  最小。但是, 当  $\eta$  在  $\{0.05,0.05\}$  附近,  $P_{s,pre}$  在  $\{0.05,0.25\}$  附近变化时, IBDFE、LC-IBDFE 所需的  $\frac{E_b}{N_0}$  变化明显, 这表明它们对  $\eta$ 、 $P_{s,pre}$  比较敏感。而且, 随着加速因子  $\tau$  的减小,

IBDFE、LC-IBDFE 的曲线斜率增加, 这表明它们对  $\eta$ 、 $P_{s,pre}$  更加敏感, 不利于码元速率的进一步提高。当加速因子为  $\tau=\{0.8,0.7\}$ 、修正因子为  $\alpha \geq \{11,11\}$  时, RC-IBDFE 的曲线斜率几乎为 0 (相对于修正因子为  $\alpha=\{11,11\}$ , 当修正因子为  $\alpha=\{14,14\}$  时, 所需的  $\frac{E_b}{N_0}$  仅减少了  $\{0,0.044 9\}$  dB), 并使第 2 次迭代达到  $BER=10^{-5}$  所需的  $\frac{E_b}{N_0}$  接近最小, 这表明此时

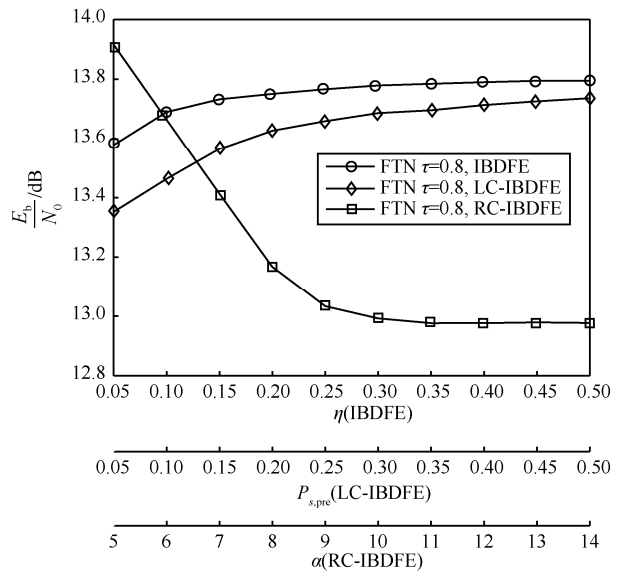


图 4 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的第 2 次迭代达到  $BER=10^{-5}$  所需的  $\frac{E_b}{N_0}$  (加速因子  $\tau=0.8$ )

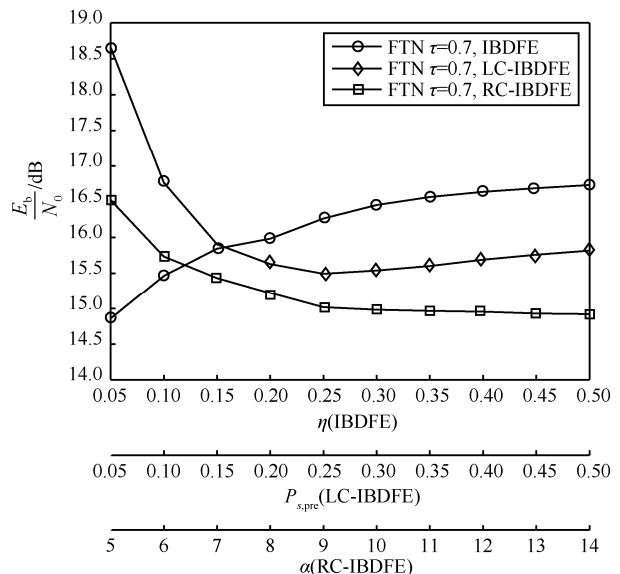


图 5 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的第 2 次迭代达到  $BER=10^{-5}$  所需的  $\frac{E_b}{N_0}$  (加速因子  $\tau=0.7$ )

$\alpha$  对 RC-IBDFE 的影响非常小, 且修正因子为  $\alpha \geq \{11, 11\}$  时基本达到最优。根据上述分析, RC-IBDFE 的顽健性明显优于 IBDFE 和 LC-IBDFE。

### 4.2 复杂度分析

本节将从信号处理、滤波器设计 2 方面分析 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的复杂度。本文用所需的复乘次数来衡量它们的复杂度, 并假定 DFT 通过快速傅里叶变换 (FFT, faster Fourier transform) 实现, 而  $L_b$  点的 FFT 需要  $\frac{L_b}{2 \ln L_b} - L_b$  次复乘。若它们均迭代  $N_1$  ( $N_1 > 1$ ) 次, 则它们的信号处理、滤波器设计所需的复乘次数分别如表 2 和表 3 所示。由表 2 和表 3 可得, 当迭代次数相同时, LC-IBDFE、RC-IBDFE 的复杂度比 IBDFE 低, 且随着迭代次数  $N_1$  或  $\{s_n\}$  数据块长度  $L_b$  的增加, LC-IBDFE、RC-IBDFE 相对于 IBDFE 降低的复杂度增加。

表 2 信号处理所需的复乘次数

接收机	所需的复乘次数
IBDFE	$N_1 L_b \ln L_b$
LC-IBDFE	$N_1 L_b \ln L_b - N_1 L_b + L_b$
RC-IBDFE	$N_1 L_b \ln L_b - \frac{L_b}{2 \ln L_b} - N_1 L_b + 2L_b$

表 3 滤波器设计所需的复乘次数

接收机	所需的复乘次数
IBDFE	$7N_1 L_b + L_b$
LC-IBDFE	$3L_b$
RC-IBDFE	$N_1 L_b + 2L_b$

MLSD 的复杂度为  $O(L_b M^{L_{ISI}})$ , 其中,  $M$  为调制码元集的大小, 对 8PSK 而言,  $M = 8$ ;  $L_{ISI}$  为 ISI 长度, 已在表 1 中给出。当加速因子  $\tau$  减小 (ISI 长度  $L_{ISI}$  会增加) 或调制码元集的大小  $M$  增加时, MLSD 的复杂度将急剧增加。但表 2 和表 3 表明, IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的复杂度仅与迭代次数  $N_1$  与  $\{s_n\}$  数据块长度  $L_b$  有关, 与  $L_{ISI}$  和  $M$  无关, 而且比 MLSD 的复杂度低很多。由此可得, IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 特别适合码元速率比较高 (有严重的码间串扰) 和使用高阶调制的 FTN 通信系统。

为分析 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 收敛所需的迭代次数, 图 6 给出了它们每次迭代达到

$BER = 10^{-5}$  所需的  $\frac{E_b}{N_0}$ 。为公平起见, 当加速因子为  $\tau = \{0.8, 0.7\}$  时, IBDFE 的修正因子设为  $\eta = \{0.05, 0.05\}$ , LC-IBDFE 的误比特率设为  $P_{s,pre} = \{0.05, 0.25\}$ , RC-IBDFE 的修正因子设为  $\alpha = \{14, 14\}$ 。如果进一步的迭代不能减少所需的  $\frac{E_b}{N_0}$ , 就认为迭代收敛。

当加速因子为  $\tau = \{0.8, 0.7\}$  时, 图 6 表明 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 分别第  $\{2, 3\}$ 、 $\{2, 3\}$ 、 $\{2, 4\}$  次迭代后收敛。

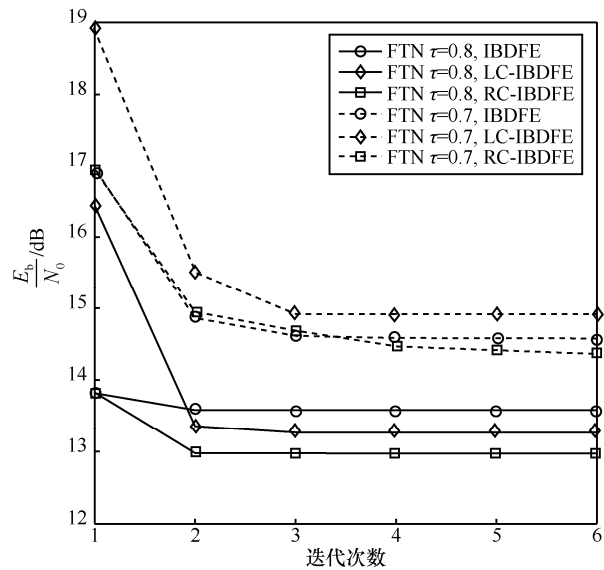


图 6 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的每次迭代达到

$BER = 10^{-5}$  所需的  $\frac{E_b}{N_0}$

当加速因子  $\tau = 0.7$  时, RC-IBDFE 在第 4 次迭代后收敛, 比 IBDFE、LC-IBDFE 多迭代 1 次。但是, 相对于前 3 次迭代获得的总增益 (2.264 4 dB), RC-IBDFE 的第 4 次迭代获得的增益 (0.214 1 dB) 较小。此外, 为保证 FTN 通信系统的可靠性不降低, 加速因子应不小于 Mazo 限。当调制方式为 8PSK、根升余弦脉冲的滚降因子为 0.5 时, 加速因子  $\tau = 0.7$  已接近 Mazo 限。综上所述, 在 FTN 通信系统中, 当加速因子不超过 Mazo 限时, IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的收敛速度相近。

由于迭代次数相同时, LC-IBDFE、RC-IBDFE 的复杂度比 IBDFE 低, 且 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的收敛速度相近。根据收敛所需的迭代次数和  $\{s_n\}$  数据块的长度 ( $L_b = 1024$ ), 结合表 2、表 3, 表 4 给出了 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的信号

处理和滤波器设计所需的总的复乘次数，以及 LC-IBDFE、RC-IBDFE 相对于 IBDFE 降低复杂度。表 4 表明 LC-IBDFE、RC-IBDFE 的复杂度均低于 IBDFE。当加速因子  $\tau=0.8$  时，RC-IBDFE 的复杂度低于 LC-IBDFE；但当加速因子为  $\tau=0.7$  时，LC-IBDFE 的复杂度低于 RC-IBDFE。

表 4 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的复杂度分析

接收机	信号处理、滤波器设计 所需的总的复乘数		相对 IBDFE 降低 的复杂度	
	$\tau=0.8$	$\tau=0.7$	$\tau=0.8$	$\tau=0.7$
	IBDFE	35 840	53 248	-
LC-IBDFE	22 528	31 744	37.1%	40.4%
RC-IBDFE	19 456	39 936	45.7%	25%

### 4.3 误比特率分析

由于 IBDFE ( $\eta = \{0.05, 0.05\}$ )、LC-IBDFE ( $P_{s,pre} = \{0.05, 0.25\}$ )、RC-IBDFE ( $\alpha = \{14, 14\}$ ) 的第 6 次迭代均没有取得明显的迭代增益，本文将第 6 次迭代的 BER 作为它们最终能达到的 BER，并在图 7 中给出。图 7 还给出了 Nyquist 信号传输（标记为 Nyquist signaling  $\tau = 1$ ）和频域线性 MMSE 均衡器（标记为 LMMSE-FDE）的 BER 作为对比参照。

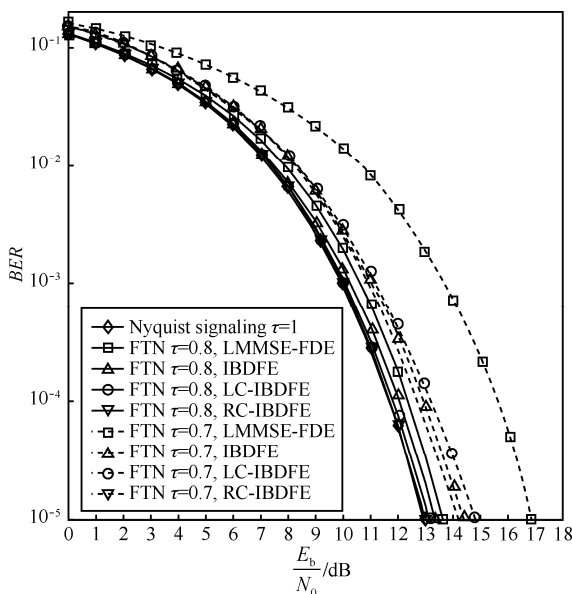


图 7 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的第 6 次迭代的 BER

根据图 7，IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 达到  $BER = 10^{-5}$  所需的  $\frac{E_b}{N_0}$  的差异如表 5 所示。在表 5 中，若差异类型为“A-B”，则差异值为正表明 B

的性能优于 A，差异值为负表明 A 的性能优于 B。表 5 表明，RC-IBDFE 的性能优于 IBDFE 和 LC-IBDFE。

表 5 IBDFE、LC-IBDFE、RC-IBDFE 的第 6 次迭代达到  $BER = 10^{-5}$  所需的  $\frac{E_b}{N_0}$  的差异

差异类型	差异值/dB	
	$\tau=0.8$	$\tau=0.7$
IBDFE - LC-IBDFE	0.315 7	-0.337 6
IBDFE - RC-IBDFE	0.605 4	0.193 6
LC-IBDFE - RC-IBDFE	0.289 7	0.531 2

## 5 结束语

本文使用 Forney 观测模型，为 FTN 通信系统提出了一种降低复杂度的 IBDFE，即 RC-IBDFE。IBDFE 在每一次迭代中都需要更新前馈和反馈滤波器系数，其复杂度较高。LC-IBDFE 不需要更新前馈和反馈滤波器系数，但是性能受  $P_{s,pre}$  的影响较大，而且将每次迭代的误比特率均设为  $P_{s,pre}$  是不符合实际情况的。本文提出的 RC-IBDFE 不需要更新前馈滤波器系数，每次迭代只需要  $L_0$  次复乘去更新反馈滤波器系数，复杂度低于 IBDFE、稍高于 LC-IBDFE。数值结果表明，RC-IBDFE 的顽健性、误比特率性能均优于 IBDFE、LC-IBDFE。

### 参考文献：

- [1] MAZO J E. Faster-than-Nyquist signaling[J]. The Bell System Technical Journal, 1975, 54(8): 1451-1462.
- [2] ANDERSON J B, RUSEK F, OWALL V. Faster-than-Nyquist signaling[J]. Proceedings of the IEEE, 2013, 101(8): 1817-1830.
- [3] RUSEK F. Partial response and faster-than-Nyquist signaling[D]. Lund University, 2007.
- [4] RUSEK F, ANDERSON J B. Multistream faster than Nyquist signaling[J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(5): 1329-1340.
- [5] PRLJA A, ANDERSON J B. Reduced-complexity receivers for strongly narrowband intersymbol interference introduced by faster-than-Nyquist signaling [J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(9): 2591-2601.
- [6] AL-DHAHIR N, UYSAL M, MHEIDAT H. Single-carrier frequency domain equalization [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2008, 25(5): 37-56.
- [7] SUGIURA S. Frequency-domain equalization of faster-than-Nyquist signaling[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2013, 2(5): 555-558.
- [8] BENVENUTO N, DINIS R, FALCONER D, et al. Single carrier

modulation with nonlinear frequency domain equalization: an idea whose time has come—again[J]. Proceedings of the IEEE, 2010, 98(1): 69-96.

- [9] BENVENUTO N, TOMASIN S. Iterative design and detection of a DFE in the frequency domain[J]. IEEE Transactions on Communications, 2005, 53(11): 1867-1875.
- [10] TOMASIN S, BENVENUTO N. Fractionally spaced non-linear equalization of faster than Nyquist signals[C]//22nd European Signal Processing Conference (EUSIPCO). Portugal, Lisbon, 2014: 1861-1865.
- [11] SEN P, AKTAS T, YILMAZ A O. A low-complexity graph-based LMMSE receiver designed for colored noise induced by FTN- signaling[C]//Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). Istanbul, Turkey, 2014:642-647.
- [12] FUKUMOTO H, HAYASHI K. Overlap frequency domain equalization for faster-than-Nyquist signaling[J]. Mathematics, 2015(4): 1211-1218.
- [13] PROAKIS J G. Digital communications (5th edition)[M]. New York: McGraw-Hill, 2007.
- [14] ZHANG C, WANG Z, PAN C, et al. Low-complexity iterative frequency domain decision feedback equalization[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(3): 1295-1301.

#### 作者简介:



曾娟 (1991-), 女, 湖北广水人, 中国科学院信息工程研究所硕士生, 主要研究方向为通信与信息系统。



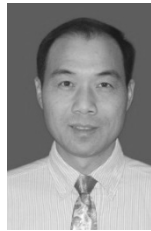
王颖 (1987-), 女, 河南信阳人, 博士, 中国科学院信息工程研究所助理研究员, 主要研究方向为 5G 新型编码调制、无线物理层安全。



李晓娜 (1986-), 女, 辽宁沈阳人, 中国科学院信息工程研究所工程师, 主要研究方向为移动通信、信息安全。



王中方 (1987-), 男, 河南南阳人, 中国科学院信息工程研究所工程师, 主要研究方向为移动通信系统物理层安全。



汪永明 (1968-), 男, 湖北广水人, 博士, 中国科学院信息工程研究所高级工程师、博士生导师, 主要研究方向为通信系统与通信安全。